Beweis:

(1) $$Q(a,b)=\sum_{i=1}^{n}\left[y_i-a-b\cdot x_i\right]^2=\min!$$

Bedingungen erster Ordnung (2):

(2a) $$\frac{\partial Q(a,b)}{\partial a}=\sum_{i=1}^{n}\left[2\cdot(y_i-a-b\cdot x_i)\cdot(-1)\right]=0$$

(2b) $$\frac{\partial Q(a,b)}{\partial b}=\sum_{i=1}^{n}\left[2\cdot(y_i-a-b\cdot x_i)\cdot(-x_i)\right]=0$$

(2a) $\Rightarrow$ $$\sum_{i=1}^{n}(y_i-a-b\cdot x_i)=0 \quad\Leftrightarrow\quad \sum_{i=1}^{n}y_i-n\cdot a-b\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i=0 \quad\Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}y_i-a-b\cdot\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i=0 \quad\Leftrightarrow$$

(3a) $$\boxed{a=\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}y_i-b\cdot\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i \quad\Leftrightarrow\quad a=\bar{y}-b\cdot\bar{x}}$$

(2b) $\Rightarrow$ $$\sum_{i=1}^{n}\left[(y_i-a-b\cdot x_i)\cdot x_i\right]=0 \quad\Leftrightarrow$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i\cdot y_i-a\cdot x_i-b\cdot x_i^2\right)=0 \quad\Leftrightarrow$$

(3b) $$\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot y_i-a\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i-b\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i^2=0$$

(3a) in (3b) $$\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot y_i-\left(\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}y_i-b\cdot\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i-b\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i^2=0 \quad\Leftrightarrow$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot y_i-\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}y_i\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i \quad +b\frac{1}{n}\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2-b\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i^2=0 \quad\Leftrightarrow$$

$$n\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot y_i-\sum_{i=1}^{n}y_i\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i \quad +b\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2-b\cdot n\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i^2=0 \quad\Leftrightarrow$$

$$n\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot y_i-\sum_{i=1}^{n}y_i\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i-b\cdot\left[\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2-n\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i^2\right]=0 \quad\Leftrightarrow$$

(4) $$\boxed{b=\frac{n\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot y_i-\sum_{i=1}^{n}y_i\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i}{n\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}}$$

Die Bedingungen zweiter Ordnung sind erfüllt, was hier nicht überprüft werden soll.